

Проф. др Алија Мандак¹¹

Учитељски факултет у Призрену – Лепосавић

Мр Златка Павличић¹²

СШ Никола Тесла, Лепосавић

УЛОГА ПРОБЛЕМСКИХ ЗАДАТАКА ИЗ ОБЛАСТИ КВАДРА И КОЦКЕ НА РАЗВОЈ МАТЕМАТИЧКИХ СПОСОБНОСТИ УЧЕНИКА

Апстракт: Настава математике има значајну улогу у образовању не само зато што пружа знања потребна ради примене у реалном животу, већ и због тога што снажно утиче на развој математичких способности ученика. Циљ овог рада је да се пронађу одговори на питање које су то способности потребне ученику за успешно решавање математичких проблема, а самим тим и бављење математиком и да се покаже улога и значај решавања проблемских задатака на развој математичких способности ученика. У раду је извршен избор проблемских задатака из садржаја наставе математике за ученике четвртог разреда основне школе у вези са квадром и коцком. Решавањем проблемских задатака из наведених области извршен је утицај на развијање следећих способности ученика: а) апстрактно бројање, б) апстрактно сабирање и множење, в) флуентност идеја и решења, г) посматрање, упоређивање и мерење и д) логичко размишљање и закључивање. Овај рад је део експерименталног програма реализованог са ученицима четвртог разреда основних школа у Лепосавићу, Звечану и Косовској Митровици. Применом овог програма из области квадрата и коцке извршена је провера хипотезе која се односи на трајност и стабилност стечених знања као и на разумевање математичких својстава и законитости, те примене алгоритама, чињеница и информација

Кључне речи: проблемски задаци, математичке способности, експериментални програм, квадрат, коцка.

УВОДНО ОБЈАШЊЕЊЕ

Савремени свет праћен научно-технолошким развојем, налази се у врло динамичном кретању, које човека ставља пред бројне проблеме које мора знати, умети и хтети успешно да реши. Та потреба оспособљавања човека за решавање практичних проблема постаје императив редовног

¹¹ alija.mandak@pr.ac.rs

¹² zlatka.pavlicic@gmail.com

школовања младе генерације. Због тога се у савременој дидактици све више захтева да настава има истраживачки карактер, да ученици своја знања могу самостално да примењују у новим околностима. Овом захтеву најпотпуније одговара проблемска настава. Проблемска настава као посебан систем наставног рада јавља се још у првој половини деветнаестог века, у америчкој новој школи, у *пројект-методи*.

Реч *проблем* је грчког порекла и њиме се означава неко спорно питање, или научни задатак који чека решење. Као такав дефинише се одвојено или у својству неке функције коју означава, као на пример проблем индукције, проблем разграничења и сл. Садржан је и у учењу. Расправљајући о процесу учења Иван Фурлан наводи да је највећи ниво активности решавање проблема помоћу новоусвојених знања, јер мишљење ступа у акцију тек онда када наиђе на препреке, сметње, тешкоће. То подразумева различите нивое учења: а) слушање, б) читање, в) бележење, г) самостална репродукција, д) дискусија и ђ) решавање проблема.

Под појмом решавања проблема подразумева се низ методичких и логичких операција спроведених у циљу тражења решења проблемског задатка. Решавање проблема се не може посматрати одвојено од мишљења и учења, али их не треба изједначавати. Према Николи Роту, није свако решавање проблема мишљење (1966). Решавање проблема је облик учења. Али, осим дидактичке интерпретације проблема, будући да је он и ментални процес, он има следеће саставне делове: а) почетна (проблемска ситуација) која настаје у тренутку постављања проблема и б) завршна ситуација или ситуација циља према којој ученик тежи. Иако нема универзалних модела за решавање проблемских задатака у настави, оно се може организовати на основу више различитих наставних ситуација.

Проучавајући моделе за решавање проблемских задатака, може се рећи да се оно остварује у низу сложених интелектуалних операција које се могу рашчланити на следеће етапе: а) постављање проблема, б) постављање хипотезе, рашчлањивање и решавање проблема и верификација добијених резултата. *Способности* као основне људске особине, представљају скуп индивидуалних особина које омогућују успех у одређеној активности. Оне представљају посебан квалитет личности и одређују његов домет и успех у неком послу. Способност је појам који се односи на диспозицију (склоност) организма за успешно вршење неке активности, независно од мотивације, увежбаности и искуства. Према Ивану Корену (1990), већина педагога истиче четири карактеристике кроз које се манифестују специфичне школске способности ученика: 1) карактеристике учења, 2) карактеристике стваралаштва, 3) мотивационе и 4) социјалне карактеристике.

Постоје различите способности. У приступу проблему овог рада, од значаја су интелектуалне и математичке способности. Не улазећи продубљење у анализу интелектуалних способности које су првенствено предмет проучавања психологије, неопходно је да се укратко укаже на основне карактеристике математичких способности. То су менталне способности које подразумевају скуп општих и посебних особина које омогућују успех у разумевању математичких законитости. Подразумевају и примену математичког знања у решавању практичних проблема у реалном окружењу. Посебне математичке способности подразумевају једну врсту операција (брзо и тачно оперисање са бројевима, брзо и лако схватање појмова и њихових односа, стварање представа просторних односа).

Математичке способности доста су заступљене у проучавању методичара наставе математике. Значајно место заузимају у радовима истакнутог руског математичара и методичара Андреја Колмогорова (1964). Он истиче да се врло често преувеличава неопходност специјалних способности за учење и разумевање математике. Слабо организовано, лоше, претежно формално излагање математичких садржаја на наставном часу, доводи до стварања утисака о посебним тешкоћама наставе математике. Обичне, средње способности ученика су у целини довољне да се под добрим вођењем учитеља или по добро осмишљеним и квалитетно дидактичко-методички обликованим уџбеницима усвоје математички садржаји који су предвиђени у настави математике. Ипак, способности као добре предиспозиције или пожељан услов, нису гаранције за успех, јер на успех утиче и спремност за одређену активност. Колмогоров уочава три врсте математичких способности: 1) алгоритамску, 2) геометријску и 3) логичку.

Под *алгоритамским* математичким способностима подразумева способност примене познатих алгоритама и метода у конкретној ситуацији; способност да се задатак рашчлани на коначан број корака, са елементарним операцијама које ће довести до решења задатка; способност да се замишљени план реализује до краја. *Геометријске способности* су способности проналажења неопходних информација из задатог геометријског објекта. То су даље способности да се реши задатак помоћу цртежа или модела, али и способности за просторне представе и коришћење геометрије у изучавању математичке истине. *Логичке способности* огледају се у спровођењу доказа расуђивањем, тражењу узрока и последице, налажењу контра примера, итд. Искупују се при коришћењу алгорита и логичког резонавања за изналажење правилног и правог пута до решења. Вештина доследног и правилног рашчлањивања логичког закључивања је битан допринос математичког закључивања.

Савремене теорије математичког образовања настале су првенствено као одговор на бројне критике које се упућују традиционалном математичком образовању, претежено предавачко – показивачко - приказивачком. У таквим околностима ученици су паисвни учесници наставног процеса и недовољно и/или уопште не учествују у своје учење. То је у прошлости за последицу имало неостваривање постављеног циља који је подразумевао постављање вишег нивоа способности решавања проблема, што представља основ за будуће учење, за ефикасно партиципирање у друштву и за обављање свакодневних активности. Када су у питању проблемски задаци, неопходно је да се помену неке од теорија. При том се пре свега мисли на теорију реалистичног математичког образовања и на теорију контекстуалних проблема у реалистичном математичком образовању. Теорија реалистичног математичког образовања подразумева да се математика интерпретира као људска делатност. У таквом схватању и разумевању математике, сам наставни процес се интерпретира као активност решавања свакодневних животних проблема, то јест проблема из контекста. За разлику од проблемских задатака у којима се за постављање односа међу величинама користи формални математички језик, контекстуални проблеми су прави и природни проблеми који у целини посматрано немају правила за решавање, него се оно своди на познавање одређених правила рачунских операција и основних законитости математике.

МЕТОДОЛОШКИ КОНЦЕПТ ИСТРАЖИВАЊА

Предмет истраживања у ширем приступу су математичке способности ученика. У ужем приступу, предмет истраживања је утицај проблемских задатака из области квадрата и коцке на развој математичких способности ученика. Полазећи од истакнутог проблема и предмета рада, циљеви и задаци истраживања су: 1) сагледати ефекте експерименталног програма на успех у решавању теста знања и способности (завршни тест); 2) сагледати ефекте експерименталног програма при решавању проблемских задатака на способности апстрактног бројања, сабирања и множења; флуентност идеја и решења; способности посматрања, упоређивања и мерења и способности логичког размишљања и закључивања; 3) испитати да ли постоји разлика у успеху ученика на завршном тесту између експерименталне и контролне групе; 4) испитати да ли постоји разлика у успеху ученика експерименталне групе на завршном тесту и успеха из математике на крају школске године и 5) проверити вероватноћу повезаности између успеха ученика на завршном тесту и образовног нивоа родитеља ученика

експерименталне групе. Према општој хипотези од које се пошло у овом истраживању претпоставља се да постоје значајни ефекти примене решавања проблемских задатака на успех ученика експерименталне групе у решавању теста знања и способности

Да би се то постигло спроведено је експериментално истраживање са паралелним групама. Експериментално истраживање спроведено је у првој половини 2014. године на узорку 236 ученика четвртог разредна основних школа Косовскомитровичког округа. Од укупног броја ученика обухваћених истраживањем, по 118 их је било у контролној и исто толико у експерименталној групи. Полазећи од основне замисли о провери и потврди основне хипотезе, као и постављеног циља и задатака истраживања, добивени резултати су сређени и обрађени. Направљен је приказ и анализа добијених података. На почетку експерименталног програма формиран је узорак из популације ученика четвртог разреда основне школе и извршено приближно уједначавање група према полу, општем успеху, према оцини из математике на крају првог полугодишта и према стручној спреми родитеља. Још једно уједначавање група по предходном знању и способностима из математике урађено је пре почетка експерименталног програма помоћу иницијалног теста.

Иницијално тестирање је рађено на почетку друго полугодишта. Знања и способности ученика испитивани су после завршеног експерименталног програма који се термински поклопио са крајем наставне године. Овај период је одабран из два разлога: 1) да програмски садржаји теста обухвате градиво другог полугодишта и 2) други разлог одабира овог периода тестирања је могућност упоређивања оцена ученика постигнуте на тесту и оцена ученика из математике на крају наставне године.

За иницијални тест коришћени су уобичајени задаци који се користе у настави (Мандак, 2005). Завршни тест конструисан је од стране аутора овог рада. Пре тестирања ученика извршено је баждарење теста којом приликом је извршена корекција теста заменом задатака или њиховим изостављањем из теста. Садржи 12 проблемских задатака различитог нивоа сложености чији је садржај био условљен програмским захтевима редовне наставе математике у четвртом разреду, а прилагођен експерименталном програму. Сви задаци су отвореног типа. И поред тога што неформални тестови не захтевају проверу свих битних мерних карактеристика, његова валидност је евидентна, будући да поседује већину садржаја који се жели испитати, као и да је већи број сличних задатака много пута урађен на часовима експерименталног програма.

РЕЗУЛТАТИ

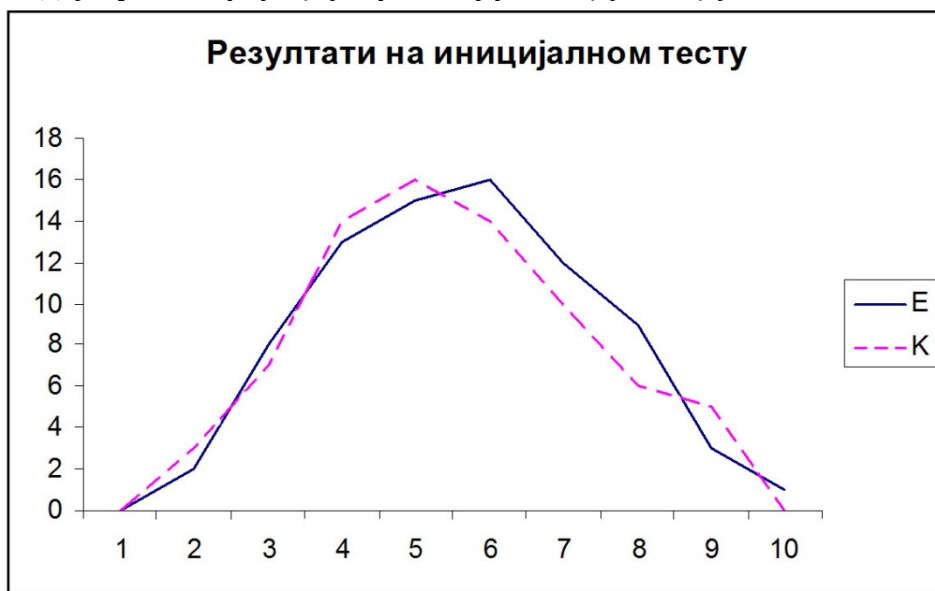
У циљу утврђивања знања ученика, најпре је извршено иницијално мерење, које је спроведено на почетку летњег семестра.

Табела 1. Резултати иницијалног теста

| Статистичке величине | ознака | експеримент. група | контролна група |
|--------------------------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|
| број ученика у узорку | n | 118 | 118 |
| аритметичка средина | \bar{x} | 24,40 | 24,47 |
| стандардна девијација | σ | 9,11 | 8,71 |
| коэффициент варијабилности | V | 37,27 | 35,59 |
| процент успешности | p | 54,20 % | 54,40 % |
| станд. грешка аритм. средине | $\sigma_{\bar{x}}$ | 1,0382 | 0,9991 |
| апсол. разлика аритметичких средина | $d\bar{x}$ | | 0,07 |
| станд. грешка разлика аритм. средина | $\sigma d\bar{x}$ | | 1,4409 |
| критички однос | t | | 0,049 |
| ниво значајности на | 0,05 | | 2,60 |
| ниво значајности на | 0,01 | | 1,97 |

Подаци показују (Табела 1.) да су обе групе уједначене према критеријуму знања и способности.

Дијаграм 1. Графици упоредних фреквенција иницијалног теста



На *Дијаграму 1.* је уочљиво да су изломљене линије близу идеалног облика и готово да се поклапају. Облик криве је звонаст, што потврђује да се већина резултата налази око аритметичке средине. Према подацима приказаним у *Табели 1* се види да је се за обе групе у приближно 70% случајева налази у интервалу $X \pm \sigma$

Табела 2. Резултати завршног теста

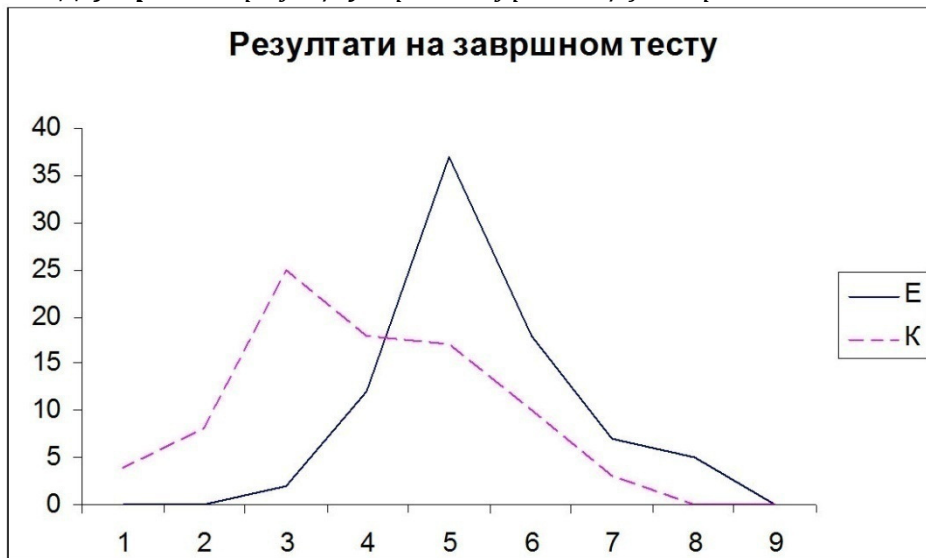
| Статистичка величина | ознака | експеримент. група | контролна група |
|--------------------------------------|--------------------|-----------------------|--------------------|
| број ученика у узорку | n | 118 | 118 |
| аритметичка средина | \bar{x} | 23,70 | 15,80 |
| стандардна девијација | σ | 5,00 | 6,77 |
| кофицијенат варијабилности | V | 21,10 | 42,85 |
| процент успешности | p | 67,50 % | 44,30 % |
| станд. грешка аритм. средине | $\sigma \bar{x}$ | 0,5698 | 0,7700 |
| апсол. разлика аритметичких средине | $d \bar{x}$ | | 7,9 |
| станд. грешка разлика аритм. средина | $\sigma d \bar{x}$ | | 0,9579 |
| критички однос | t | | 8,25 |
| ниво значајности на | 0,05 | | 2,60 |
| ниво значајности на | 0,01 | | 1,97 |

Укупан број поена: а) КГ=466; ЕГ=687

Преглед резултата постигнутим на завршном тесту приказан је у *Табели 2.* Добијени подаци показују да је аритметичка средина броја освојених поена код експерименталне групе 23,70, а код контролне 15,80. То показује да експериментална група има бољи резултат за 7,9 поена. Успех контролне групе је знатно нижи, али је на нивоу који се обично постиже на таквим тестовима у уобичајеној настави. Експериментална група је супериорнија, не само по поенима по једном ученику, већ и у погледу решења целог теста ($p = 67,50\%$ у односу на $p = 44,30\%$). Стандардна девијација код експерименталне групе је 5,00, а код контролне 6,77.

На основу добијених резултата израчуната је t – вредност критичког односа ($t = 8,25$). Разлика у аритметичким срединама између обе групе је статистички значајна јер критички t - однос значајно премашује границу значајности на нивоу 0,051, па чак и на нивоу 0,01. Успех експерименталне групе показује тенденцију већег учинка наставе због ефикасне примене нове методе и облика рада са њима. С обзиром на то да су предходна знања и други релевантни чиниоци у почетку уједначени и контролисани, сматра се да је разлика настала под утицајем експерименталног фактора, тј. применом решавања проблемских задатака у наставним садржајима обрађеним у другом полугодишту четвртог разреда.

Дијаграм 2. Графици упоредних фреквенција завршног теста



Иако су оба теста слична по структури и конструкцији задатака и слични по намени, експериментална група је у завршном тесту показала не само бољи резултат већ и правилну дистрибуцију освојених поена (Дијаграм 2.). То показује да постоје значајни ефекти примене решавања проблемских задатака на успех ученика експерименталне групе у решавању теста знања и способности. На овај начин је потврђена општа хипотеза овог спроведеног истраживања. Експериментална група значајно успешније решавала сваки задатак од контролне групе. Из приказане анализе података и графичке илустрације произилази да је вежбање метода решавања проблемских задатака позитивно утицало на решавање завршног теста. На основу изложене анализе података и датих хистограма, закључује се постојање статистички значајног деловања експерименталног програма на успех ученика при решавању проблемских задатака.

Подаци приказани у Табели 3. показују знатно бољи успех ученика експерименталне групе који су у току трајања експерименталног програма наставу реализовали учењем проблемских задатака у односу на ученике у контролној групи у традиционалној настави. Разлика у резултатима приметна је код свих задатака. Приликом избора задатака, у обзир су узимани и тешки задаци за које се претпостављало да ће их решити само ученици који су научили и оспособили се да решавају проблемске задатке. То је посебно случај код петог (47 у експерименталној и 10 у контролној групи); седмог (48 у

експерименталној и 11 у контролној групи) и код деветог задатка (39 у експерименталној и 6 у контролној групи).

Табела 3. Број тачно решених задатака на завршном тесту

| Редни број задатка | Број ученика експерименталне групе | Број ученика контролне групе |
|--------------------|------------------------------------|------------------------------|
| 1. | 112 | 91 |
| 2. | 104 | 78 |
| 3. | 97 | 76 |
| 4. | 107 | 91 |
| 5. | 47 | 10 |
| 6. | 108 | 93 |
| 7. | 48 | 11 |
| 8. | 86 | 47 |
| 9. | 39 | 6 |

Упоредном анализом резултата на иницијалном и завршном тесту показују неочекивано велику разлику у резултатима рада ученика у експерименталној у односу на контролну групу. Такав резултат је разумљив ако се има на уму да ученици до сада у настави углавном нису решавали нити учили и оспособљавали се да решавају проблемске задатке. Другачији приступ је показао значајан напредак у почетној настави математике. Ученици у експерименталној групи су били активни учесници и својим непосредним укључивањем у процесу наставе, долазили су до решења проблема и постављених задатака. У прилог томе иду и схватања аутора Џенете Вос и Гордона Дридена који у књизи *Револуција у учењу* (2001) у тражењу одговора на питање *Како променити свет у учењу?* наводе да ученици који само слушају наставу и уче из књиге могу запамтити, односно научити и ефикасно репродуковати само 30% наставних садржаја. За разлику од њих, ученици који осим слушања и учења, све то непосредно виде, доживе и стваралачки учествују у реализацији наставних садржаја и таквим залагањем допринесу решавању проблема и долажењу до решења задатака, могу запамтити, научити и ефикасно репродуковати и до 90% наставних садржаја. Поред тога, знања стечена на такав начин су *трајна знања* и за ученике имају значај и изван учионице, односно служе им не само у учењу наставе математике, него и у решавању свакодневних животних проблема. Управо то су показали резултати овог спроведеног истраживања о улози проблемских задатака из области квадрата и коцке на развој математичких способности ученика млађег школског узраста.

ЗАКЉУЧЦИ И РАСПРАВЕ

Полазећи од теоријских и практичних сазнања организован је педагошки експеримент о утицају проблемских задатака на развој математичких способности ученика. Наиме, ово истраживање у центар пажње ставља решавање проблемских задатака као један од највиших нивоа учења и стицања математичких способности. Настава математике описана у овом раду може бити од велике помоћи наставницима који желе да путем решавања проблемских задатака утичу на развој математичких способности ученика а тиме и повећање учинка наставе. Из овог рада и из стечених искуства његовог аутора би требало да се извуку правилни закључци који би се искористили у наредним циклусима наставе. Како би се настава математике стално унапређивала, а самим тим и квалитет знања побољшао, потребно је обратити пажњу на постављене циљеве и задатке.

Што се тиче циља и задатака истраживања који се састоји у експерименталној провери утицаја решавања проблемских задатака на развој математичких способности ученика треба напоменути да прихваћеност излагања одабраног садржаја путем решавања проблемских задатака и заинтересованост за решавање таквих задатака умногоме зависи од приступа ученицима. Овај рад са ученицима који се одвијао само у другом полугодишту на одабраним часовима математике показао је заинтересованост ученика за материју и решавање задатака. Наравно, за прављење стратегије и решавање проблемских задатака било је потребно више времена. Али учинак наставе и заинтересованост су битно порасли.

Ради одређивања обима и садржаја наставних тема обрађених у раду треба тражити средину између могућности ученика да схвате и прихвате наведене садржаје и минимума тих садржаја који би омогућили успешну примену решавања проблемских задатака. У том смислу, садржаји тема обрађених у овом раду могу представљати добру основу за планирање и извођење наставе. Овај рад је имао истраживачки карактер и на основу добијених резултата могу се извести следећи закључци:

1. под утицајем експерименталног фактора – решавања проблемских задатака, долази до значајног напредовања у успеху ученика експерименталне групе. То показује разлика у успеху између експерименталне и контролне групе на завршном тесту знања и способности. Утврђене су разлике значајне на нивоу 0,05 и 0,01. Резултати показују да је постигнуће експерименталне групе значајно веће од постигнућа контролне групе;

2. ученици експерименталне групе су вежбањем развили способности и вештине апстрактног бројања, сабирања и множења, постали су осетљивији за променљиве ситуације, развили су нове навике брзог рада и унутрашње мотивације (радозналост) за одређени проблем. Повећали су своју способност посматрања, упоређивања, логичког резоновања и закључивања;
3. способности су формиране вежбањем, мотивацијом и навиком. Формирајући одређене алгоритме у размишљању код ученика експерименталне групе развија се способност опажаја, посматрања, упоређивања и издвајања битних елемената, фигура и односа у датом проблему као и способност класификовања елемената у одређене класе по садржају, развија се флексибилност и брзина. Ове способности допринеле су да ученици експерименталне групе решавају завршни тест са мањом збуњеношћу а већом брзином и тачношћу. Успешнији су били јер су знали како да раде. То значи да је примена методе решавања проблемских задатака на програмске садржаје у четвртом разреду основне школе значајно утицала на успех ученика, а тиме и повећању њихових математичких способности.
4. хипотеза која се односила на могућност изразитог деловања експерименталног програма на повећање унутрашње мотивације и практичне примене знања у појединим садржајима, нарочито у оним који су креативне и проблемске природе, заиста је показала своју оправданост у завршном тесту;
5. на почетку истраживања обе групе су по свим критеријумима биле уједначене. Међутим, ефикасност и самосталност у решавању проблемских задатака као и самоконтрола код ученика експерименталне групе битно се испољила у појединим задацима на крају експерименталног програма и
6. потврђено је да је учење путем решавања проблемских задатака веома занимљив и продуктиван облик наставног рада. Добијени резултати упућују на то да решавање проблемских задатака активније подстиче мисаони рад, а тиме се постиже бољи успех у погледу трајности стечених знања.

Овим истраживањем је омогућено утврђивање претпоставке да између решавања проблемских задатака и развоја математичких способности у настави математике, постоји узрочно – последична веза. Наиме, после привикавања на дејства експерименталног програма, ученици који су учествовали у њему стекли су веће математичке способности. Практични значај добијених резултата овог истраживања може се разматрати као:

1. допринос и подстицај наставницима који желе да путем решавања проблемских задатака утичу на развој математичких способности ученика;
2. сугестија за осавременавање организације процеса учења у настави и развоја активног и стваралачког рада ученика и
3. повод за размишљање о могућностима за уношење новина у програме наставе математике у основној школи.

Литература

- Dryden, G. i Vos, J. (2001): *Revolucija u icenju*, Zagreb: Educa.
- Колмогоров, А. Н. (1964): *Математическая специализация малоспособных, к математике*, Москва: Вопросы психологии способностей школьников.
- Корен, И. (1990): *Наставник и надарени ученици*, Београд: Архимедес.
- Мандак, А. (2005): *Основи наставе математике са збирком задатака*, Лепосавић: Учитељски факултет у Призрену-Лепосавић.
- Рот, Н. (1966): *Општа психологија за учитељску школу и педагошку академију*, Београд: Завод за издавање уџбеника Социјалистичке Републике Србије.

ПРИЛОГ: Тест знања

Задатак 1. Спајањем две коцке ивице 2 dm направљен је један квадар. Колика је његова површина? (Решење: 40 dm²)

Задатак 2. Коцка ивице 15 cm пресечена је на три једнака квадра. Израчунај површину једног од њих. (Решење: 1050 cm²)

Задатак 3. Коцка ивице 1m расечена је на коцкице од 1cm³ и добијене коцкице стављене су једна на другу. Колико је висок тако добијени стуб? (Решење: 1050 cm²)

Задатак 4. Коцка ивице 15 cm пресечена је на три једнака квадра. Израчунај површину једног од њих. (Решење: 750 cm²)

Задатак 5. Дрвене коцке обојити жутом и зеленом бојом тако да једна страна коцке може бити обојена само једном бојом. Колико се различито обојених коцки може добити?

Решење:

Постоје тачно 10 различито обојених коцки:

- једна коцка има шест жутих страна;
- једна коцка има једну жуту страну, а 5 зелених страна;
- две коцке имају две жуте стране (могу бити суседне или наспрамне);
- две коцке имају три жуте стране (са заједничким теменом или надовезане);
- две коцке имају четири жуте стране и 2 зелене стране;
- једна коцка има пет жутих страна, а 1 зелену страну, и
- једна коцка има шест зелених страна.

Задатак 6. Колико се јединичних коцки може добити при сечењу коцке ивице дужине 2cm, 3cm, 4cm, 5cm?

Решење: Број јединичних коцки је $2 \times 2 \times 2$, $3 \times 3 \times 3$, $4 \times 4 \times 4$, $5 \times 5 \times 5$. тј. $2^3 = 8$, $3^3 = 27$, $4^3 = 64$, $5^3 = 125$.

Задатак 7. Од две правилно нумерисане коцке за игру исте величине спајањем добија се квадар. Колико највише, а колико најмање тачака може бити на површини тог квадрата? Колико различитих могућности постоје?

Решење:

Како је укупан број тачака на једној коцки 21 и на другој 21, то је укупан број тачака на површини квадрата мањи од 42 за збир тачака на спојеним странама.

На спојеним странама могу бити следећи бројеви:

(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5) (1,6),

(2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6),

(3,3), (3,4), (3,5), (3,6),

(4,4), (4,5) (4,5),

(5,5), (5,6),

(6,6).

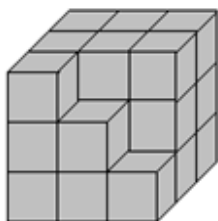
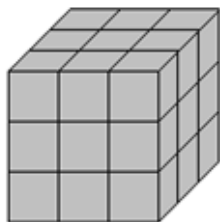
Збир тачака на спојеним странама може бити 2, 3, 4, ..., 12. Према томе број тачака на површини квадрата може бити $42 - 2 = 40$ (највише) или $42 - 12 = 30$ (најмање).

Постоји свега 21 начин за спајање две невидљиве стране коцке. А како свако спајање подразумева још 4 могућности (ротације једне коцке око осе која је нормална на другу коцку) то постоје 84 различитих изгледа квадрата од две исте коцке.

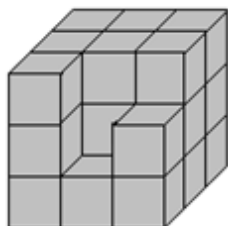
Задатак 8. Од дате коцке одклонити три јединичне коцкице, тако да ново тело има:

- а) исту површину;
- б) већу површину;
- в) мању површину.

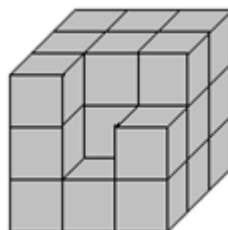
Решење:



а)

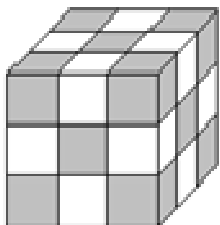


б)



в)

Задатак 9. Миш грицка сир облика коцке ивице $3 \times 3 \times 3$, подељеног на 27 јединичних коцкица. Чим поједе једну коцкицу, прелази на следећу, која са предходном има заједничку страну. Да ли је могуће да миш поједе цео сир, тако да коцкица у центру остане нетакнута (непоједена)?



Решење:

Посматрајмо коцку ивице $3 \times 3 \times 3$, подељену у 27 црно – белих коцкица и то: 14 црних и 13 белих. Коцкица у средини је беле боје.

Претпоставимо да ће миш остварити свој план и појести сав сир, осим централне (беле) коцке. Значи, он мора да поједе 26 коцкица и то 13 црних и 13 белих (суседних, поуслову), а то је немогуће, јер једна бела мора да остане, а све 14 црне да буду поједене.

THE ROLE OF PROBLEMATIC TASKS OF CUBOID AND CUBE IN THE DEVELOPMENT OF MATHEMATICAL SKILLS OF STUDENTS

Summary: *Teaching mathematics plays an important role in educating not only because it provides the knowledge needed to implement in real life, but also because it strongly influences the development of mathematical abilities of pupils. The aim of this study is to find answers to the question what are the skills needed for successful solving of mathematical problems by pupils, and therefore engage in mathematics and to show the role and importance of resolving of problems in the development of mathematical abilities of pupils. The work has carried out a selection of problems from the content of mathematics teaching for students of the fourth grade of primary school relating a cuboid and cube. By solving problems in these areas following impact has been made on developing pupils' abilities: a) abstract counting, b) abstract addition and multiplication, v) fluency of ideas and solutions, g) observing, comparing and measuring and d) logical thinking and reasoning. This work is part of an experimental program implemented with the pupils of the fourth grade of elementary schools in Leposavic, Zvecan and Kosovska Mitrovica. Implementation of this program of the cuboid and the cube was performed to check the hypotheses relating to the sustainability and stability of the acquired knowledge and understanding of the mathematical properties and the legality and application algorithms, facts and information.*

Key words: *problem assignments, mathematical ability, experimental program, cuboid, cube.*