

МА Наталија Здравковић³⁵

ОШ „Свети Сава“ Племетина

МНОЖЕЊЕ И ДЕЉЕЊЕ У НАСТАВНОМ ПРОГРАМУ ЗА ЧЕТВРТИ РАЗРЕД

Апстракт: Примена математике у друштвеном животу и њен утицај на интелектуални развој човека указују на то да је математика један од најзначајнијих наставних предмета у основном образовању и васпитању. Пошто је четврти разред завршио у првом циклусу основне школе и представља основу за даље учење, курс математике у четвртном разреду је усмерен на развој логичких и аналитичких способности ученика. У истраживању смо се бавили утврђивањем успешности решавања задатака повезаних са аритметичким операцијама множења и дељења код ученика четвртог разреда. Значај истраживања произилази пре свега из значаја операција множења и дељења за елементарно математичко описмењавање ученика, као и из потребе да их ученици успешно савладају. На основу добијених података направили смо неколико битних закључака, који су нам помогли у формулисању конкретних препорука професорима разредне наставе које се тичу побољшања наставног процеса из математике, ефикаснијег планирања обраде математичких садржаја из области множења и дељења.

Кључне речи: множење, дељење, ученици 4. разреда, почетна настава математике.

Математика упознаје ученике с првим елементима научно-логичких поступака. Њена је вредност и у томе, што унапређује развитака свих психичких функција ученика.

У четвртном разреду основне школе деца и даље изучавају основне рачунске операције, али на сложенијем нивоу него што је то било у прва три разреда основне школе.

При изучавању рачунских операција школским планом и програмом предвиђен је довољан број вежбања чијим ће обављањем ученици изграђивати сигурност и спретност усменог и писменог рачунања. Међутим, сама та техника није довољна. Потребно је да теоријски и практични делови градива о множењу и дељењу буду уједињени и узајамно повезани. Анализа реализације програма

³⁵ natalya.zdravkovic@gmail.com

математике у основној школи показује да се управо тај најбитнији услов често занемарује.

Циљ овог истраживања је утврђивање успешности решавања задатака из дефинисане области код ученика четвртог разреда основне школе.

Задаци истраживања:

- проучавање формирања смисла операција множења и дељења код ученика четвртог разреда,
- одређивање нивоа знања о својствима ових рачунских операција,
- проучавање формирања навика примене упознатих својстава приликом рачунања,
- формулисање корисних препорука за професоре разредне наставе које се тичу побољшања наставног процеса из математике и ефикаснијег планирања обраде математичких садржаја из области множења и дељења.

Пре спровођења истраживања у складу са циљем и задацима формулисана је следећа **хипотеза**: код већине ученика четвртог разреда је формиран смисао операција множења и дељења, ученици су упознати са основним својствима операција множења и дељења, али их недовољно примењују приликом решавања задатака различитог нивоа сложености.

Ради проучавања успешности решавања задатака из области множења и дељења код ученика четвртог разреда је састављен тест од 10 задатака различитог степена сложености. Укључени задаци захтевају од ученика да приликом решавања користе читав арсенал рачунских умења стечених током прва четири разреда основне школе.

Прикупљени материјал је статистички обрађен. На основу података добијених у току истраживања извршена је квантитативна и квалитативна анализа.

Истраживање је реализовано у мају 2016. године на узорку од 32 ученика четвртог разреда основне школе „Вук Караџић“ у Прилужју (општина Вучитрн) и основне школе „Свети Сава“ у Племетини (општина Обилић). Узраст испитаника је 10 – 11 година. У сврху процене у обзир се узима и пол (14 дечака и 18 девојчица).

Уз помоћ истраживања одредићемо ниво знања из области множења и дељења код ученика четвртог разреда, сазнаћемо да ли су ученици научили да примењују теоријски материјал приликом решавања конкретних задатака. Резултати истраживања могу помоћи професорима разредне наставе да боље организују наставни процес из математике, у складу са тим да на најефикаснији начин планирају

обраду математичких садржаја, а самим тим олакшати ученицима решавање компликованијих задатака.

Резултати истраживања

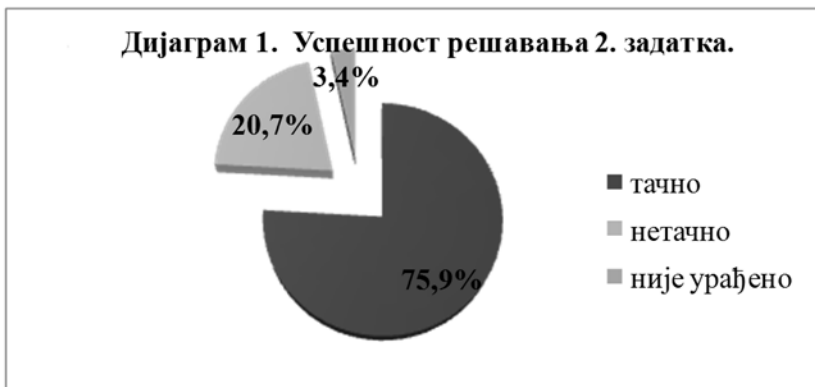
Већина испитаника је радо и са заносом приступила решавању задатака теста. Није било отворених отказа попуњавати тест, међутим, били су случајеви пропуста одређених задатака (9 случајева). Можемо да претпоставимо да пропуштени задаци нису одговарали нивоу знања ученика.

Размотрићемо детаљно резултате истраживања.

Први задатак је захтевао од ученика знање асоцијативног својства множења, односно правила здруживања чинилаца. Било је предложено упоредити изразе и уписати неопходан знак: $<$, $>$ или $=$.

Овај задатак без иједне грешке је решило 71,9 % ученика, а остали 27,1 % су делимично тачно решили задатак. Није било ученика који су све погрешно урадили. Код четвртине, односно 25 % испитаника, забележено је преправљење знака, што нам говори о томе, да су ученици имали дилеме у вези са избором одговарајућег знака. Највише потешкоћа је изазвао други и трећи израз. Они су садржали по један исти чинилац, па је преостало да се упореди, на пример, 14 и $10 \cdot 4$ или 15 и $5 \cdot 10$. Било је и случајева, када су ученици (1 дечак и 1 девојчица) израчунали вредност свих израза и на тај начин су дошли до тачног одговора. На основу тога можемо да закључимо да такви ученици нису успели у пракси да примене своја знања теоријског материјала који би могао у знатној мери да им олакша пут до правилног резултата. Девојчице су у овом задатку мање грешиле од дечака: 77,8 % девојчица су све тачно урадиле. Код дечака је тај проценат износи 64,3 %.

Други задатак је био текстуални и помоћу њега смо проверавали степен формирања смисла операције дељења код ученика. Овај задатак је изазвао нешто мање потешкоћа у поређењу са претходним: 75,9 % ученика су га решили тачно (см. Дијаграм бр.4).



Нема знатне разлике у радовима девојчица и дечака: задатак су тачно урадили 76,9 % дечака и 75 % девојчица. Од карактеристичних грешака можемо да наведемо случајеве, када су деца уместо дељења користила множење (4 случаја), што нам указује на то да код тих ученика није формиран појам дељења. Ученици су рачунали, не размишљајући о чему се ради у задатку, не ослањајући се на своје животно искуство (тако су, на пример, одговорили да је за 440 kg парадајза потребно преко 365 хиљада (!) кутија).

У **трећем задатку** је било потребно пронаћи и исправити грешке које су направљене приликом дељења са остатком. Овај задатак је захтевао од испитаника поседовање навика писменог дељења. Међутим, већ код првог примера ученици су показали да не разумеју у потпуности алгоритам писменог дељења. Код дељења $1751 : 5 = 35$ (ост.1) само једна ученица је уочила грешку у запису количника (али је направила грешку при рачунању остатка, тако да овај пример нико није тачно решио). Дељење су вршили на следећи начин:

$$\begin{array}{r} 1751 : 5 = 35 \text{ (ост.1)} \\ \underline{-15} \\ 25 \\ \underline{-25} \\ 01 \end{array}$$

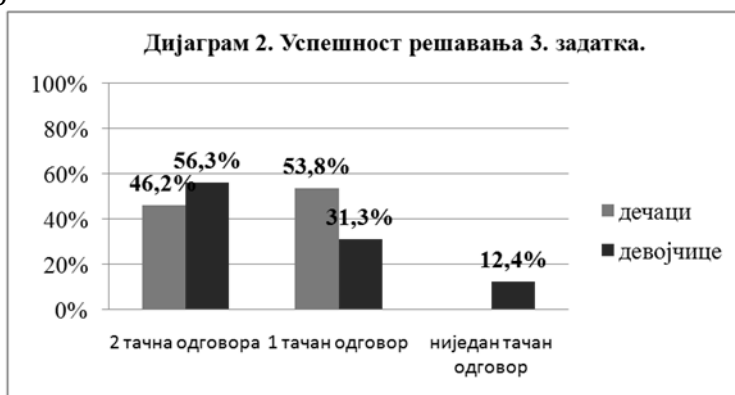
Уместо да реше:

$$\begin{array}{r} 1751 : 5 = 350 \text{ (ост.1)} \\ \underline{-15} \\ 25 \\ \underline{-25} \\ 01 \\ 0 \\ \underline{-1} \end{array}$$

Како можемо да видимо из горе наведеног примера, ученици нису запамтили да је $1 : 5 = 0$ (ост.1), већ су делимичан дељеник јединицу помешали са остатком.

Такође, ученици су могли да провере да ли постоји нека грешка уз помоћ операције множења. Али, како се често дешава у школској пракси, деца неретко сматрају проверу само губљењем времена и не извршавају је на прави начин, већ само преписују резултат.

Код два друга примера из овог задатка испитаници су били пажљивији и углавном су успели да пронађу све остале грешке (см. Дијаграм 5).



У четвртом задатку ученицима је било неопходно да се присете правила дељивости бројевима (а конкретно бројем 3 и бројем 5). Упркос једноставности задатка, велики број деце није могао да га адекватно уради, али овог пута дечаки су мање грешили у односу на девојчице.

Недовољна концентрација је ометала ученике да испуне све услове приликом записивања неопходних бројева: 2 дечака су записали само три броја уместо пет, како се тражило у задатку, а три девојчице су навеле бројеве које су дељиви бројем 3 и бројем 5, али не у исто време.



У петом задатку од ученика се захтевало да га реше на најлакши начин. Два примера који су били дати требало би да буду лаки за ученике и да им не одузимају пуно времена, уколико би се испитаници сетили правила замене места и здруживања чинилаца, односно комутативног и асоцијативног својства множења. Сви ученици, који су урадили задатак, решавали га на следећи начин: $4 \cdot 13 \cdot 25 = (4 \cdot 13) \cdot 25 = 52 \cdot 25 = 1300$. Нико није обратио пажњу да би било много једноставније помножити $(4 \cdot 25) \cdot 13 = 100 \cdot 13 = 1300$. Слично су рачунали и $50 \cdot 27 \cdot 2$. Ипак, пошто су неки од њих дошли до тачног резултата, одговори су им били признати. У следећем дијаграму наводимо проценат за цео узорак.

Шести задатак је био посвећен дељењу вишецифреног броја двоцифреним. За 21,8 % ученика (већином су то дечаки) тај задатак је био претежак и нису се усудили ни да пробају да га реше. Тако да се поново уверавамо да навике писменог дељења нису формирани код одређеног броја деце. Ипак, морамо да признамо, да већ на овом задатку деца су могла да осете умор и пад концентрације. Такође, као разлог пропуста могло је бити одсуство позитивне мотивације за решавање тешких задатака. Занимљиво је упоредити одговоре код дечака и девојчица. Већина девојчица је углавном тачно урадила задатак (83,3

%), мање су грешиле и само 11,1 % њих је оставило задатак без решења. Код дечака слика је сасвим другачија. Исти број (35,7 %) су урадили тачно или нису урадили уопште, а остали су правили једну или две грешке у рачунању.

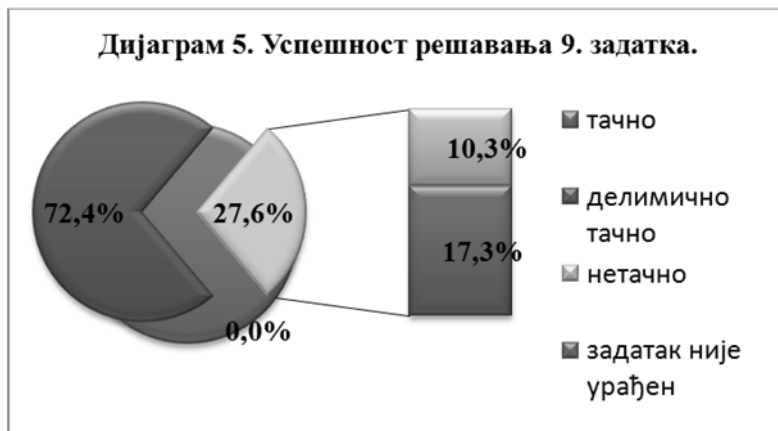
У седмом задатку ученици су попуњавали табеле на множење и дељење: са непознатим првим, другим чиниоцем или производом, непознатим дељеником, делиоцем или количником, као и случајеве када је чинилац или дељеник нула. Сличне задатке, који показују узајамну везу множења и дељења, ученици редовно вежбају још од другог разреда, зато су грешке биле врло ретке. Као што можемо видети из следећег дијаграма, ништа нису урадили свега 10,4 % ученика, 17,2 % су направили само по једну грешку, а остали ученици (72,4 %) су све тачно попунили. На овом задатку су многи испитаници повратили веру у себе и самопоуздање.



Следећи, **осми, задатак** је био на проверу формирања навика писменог множења. Садржао је множење троцифреног и вишецифреног броја једноцифреним бројем, као и посебан случај множења, када се вишецифрени број завршава нулама (множење вишеструком декадном јединицом). Ако упоредимо резултате успешности овог задатка са претходнима, видећемо, да су до сада најбољи: чак 88,9 % девојчица су све тачно израчунале, а остале су направиле 1 грешку, нема ниједне девојчице која би све погрешно урадила. Дечаци су се показали мало слабије: тачно решили 64,3 % њих, делимично тачно 21,4 % и 14,3 % ништа нису правилно израчунали. Грешке су најчешће биле у трећем изразу (множење вишеструком декадном јединицом).

У **деветом задатку** је било потребно уписати број који недостаје тако да се добију тачне једнакости. Проверавало се знање

дистрибутивног својства множења и дељења у односу на сабирање. Као и у случају асоцијативног и комутативног својства, деца нису показала умења коришћења теоријског знања на конкретним примерима. Уместо да упишу недостајуће сабирке или њихов производ, ученици су методом нагађања пронашли бројеве како би изрази са леве и десне стране били једнаки. У складу са тим смо признавали тачне резултате, али на основу начина решавања задатка закључили смо да код испитиваних ученика нису формиране навике коришћења дистрибутивног својства множења и дељења на конкретним примерима, што у знатној мери отежава сам поступак решавања задатка сличног типа. Пошто у успешности решавања задатка нисмо уочили значајне разлике код дечака и девојчица, у следећем дијаграму приказујемо резултате за цео узорак:



Десети задатак је имао за циљ да истражи логичке способности ученика, флексибилност размишљања, као и да провери знања о правилима редоследа извршавања аритметичких операција у изразима. Између четири седмице ученици су требали да упишу знак неопходне аритметичке операције и, уколико је потребно, заграде, тако да се на крају добију тачне једнакости. У сваком од шест предложених израза било је потребно доћи до новог резултата, зато се од ученика захтевало да изразе допуне на шест различитих начина. Иако нису много компликовани, такви задаци су ретки у свакодневной школској пракси, зато нисмо очекивали од ученика високу успешност решавања. Међутим, сматрали смо да ће ученицима бити занимљиво да испробају своја знања и вештине и да ће они дати све од себе да би дошли до коначног одговора.

Успела је доћи до тачног резултата у сваком изразу само једна девојчица. Али су били довољно близу још 34,5 % ученика који су тачно

урадиле од 3 до 5 задатка. Прилично висок проценат ученика није могао да дође до тачног одговора ни у једном изразу (51,7 % ученика). Такође, код 24 % испитаника смо регистровали случајеве непотребног коришћења заграда, које нису утицале на коначан резултат, али су биле сувишне.

На основу свега горе наведеног можемо закључити, да осми задатак (писмено множење) и други задатак (текстуални задатак на дељење) били су најлакши за ученике (тачно су их решили 78,1% и 76,1 % испитаника), као и први задатак, где уопште није било ученика који су све погрешили. Највише потешкоћа ученици су имали при решавању последњег, десетог, логичког задатка (51,7 % нетачних одговора), што смо и очекивали, али и четвртог задатка (37,5% нетачних одговора), који је био посвећен теми дељивости бројева.

Дечаци су се најбоље показали у другом (76,9 % тачних одговора) и седмом (71,4 % тачних одговора) задатку; то су текстуални задатак на дељење и задатак на схватање смисла множења и дељења и њихове узајмне везе. Такође, су постигли добре резултате у првом и трећем задатку, где није било потпуно нетачних одговора. Најтежи задаци за дечаке били су задатак под редним бројем 10, где од њихове стране није било ниједног тачног одговора и више од половине сасвим нетачних, и задатак број 6 (писмено дељење), где су, такође, 50 % дечака дали погрешне одговоре.

Код девојчица ситуација је нешто другачија. Најбоље су урадиле осми задатак (писмено множење) – 88,9% тачних одговора, пети задатак – 87,4 % тачних одговора и седми задатак, који су успешно решиле 75 % девојчица. Највише потешкоћа за девојчице је изазвао десети задатак (половина девојчица нису успеле да га реше) и задатак број 4, који нису решиле 44 % девојчица.

Када би се ученици оцењивали 41,1 % њих би добило одличне оцене, 24,1% - врло добре, 6.9% - добре, 24,1 % задовољавајуће и 3,5 % - незадовољавајуће.

На основу добијених резултата можемо да направимо неколико битних закључка:

1. У целини ученици четвртог разреда су показали средњевисок ниво знања из области множења и дељења природних бројева (у просеку, апсолутно тачни одговори износе 49, 3 % свих одговора, нетачни одговори износе 20, 8%).
2. Код одређеног броја ученика смо открили несхватање смисла операција множења и дељења.
3. Ученици су имали проблема са применом стечених теоријских знања на конкретним примерима: асоцијативног, комутативног својства множења, дистрибутивног својства множења и дељења.

4. Често су користили нерационалне технике како би дошли до резултата, што је повећавало време решавања задатка, као и отежавало пут до тачног одговора.
5. Нису довољно упознати или нису пажљиви код посебних случајева множења и дељења (множење вишеструком декадном јединицом, добијање нуле у количнику при дељењу и тд.).
6. Навике писменог дељења и множења нису формиране код мањег броја ученика, откривени су и случајеви неразумевања алгорита дељења.
7. Трећина ученика нису схватили правила дељивости бројевима.
8. Ученици су имали потешкоће и у задацима које су захтевали ангажовање логичких способности и флексибилности мишљења.

Дакле, истраживање које смо реализовали, потврдило је нашу хипотезу о томе да је код већине ученика четвртог разреда формиран смисао операција множења и дељења, ученици су упознати са основним својствима операција множења и дељења, али их недовољно примењују приликом решавања задатака различитог нивоа сложености. Заиста, како можемо видети из резултата теста, недовољна математичка писменост у знатној мери отежава ученицима пут до тачног одговора, као и повећава време, неопходно за решавање задатака.

Због свега горе наведеног можемо да формулишемо неколико препорука за професоре разредне наставе, који би желели да побољшају наставни процес из математике и на најефикаснији начин планирају обраду математичких садржаја из области множења и дељења.

1. Од самог почетка формирати свесно разумевање смисла аритметичких операција, да би се избегли проблеми у даљем школовању.
2. Приликом обраде новог материјала користити сликовите примере да би се створили повољни психолошки услови за прихватање новог обрасца решења и да би ученицима омогућили ослањање на њихово животно искуство.
3. Користити разноврстне задатке, укључујући и логичке, ради усвајања смисла аритметичких операција, као и везе између њих.
4. Подстицати ученике да примењују стечена знања на различитим конкретним примерима ради економије потрошње времена и енергије на решавање задатка.
5. Велики значај има анализа израза пре непосредног израчунавања резултата (на пример, одређивање броја цифара количника, провера могућности примене једног од својства аритметичке операције, упоређивање вредности израза и тд.).

6. Више времена посветити обради посебних случајева множења и дељења ради свесног усвајања алгоритма писменог множења и дељења (на пример, за схватање алгоритма писменог дељења важно је обратити пажњу на посебан случај типа $3 : 4 = 0$ (ост. 3), што ће помоћи ученицима да не праве грешке када је делимични дељеник мањи од делиоца, па је потребно у количнику записати нулу).
7. Показати значај провере при решавању задатка (проверавати дељење множењем и обрнуто).
8. Повремено обнављати својства и правила множења и дељења, чак и када то не захтева наставни програм, ради усавршавања рачунских навика.
9. Тако организовати наставни процес, да би ученик заузимао активну позицију на часу, подстицати иницијативу код ученика, развијати способност да самостално стичу знања.
10. Научити видети мир очима детета и сразмерно томе учити са разумевањем, без учења напамет.

Дакле, извршили смо квантитативну и квалитативну анализу резултата истраживања, што је потврдило основну хипотезу и дало нам је могућност да формулишемо основне препоруке за професоре разредне наставе које се тичу побољшања целокупног наставног процеса из математике приликом обраде појмова множења и дељења у скупу природних бројева.

Литература

- Вуловић Ненад, Јовановић Марина, Николић Анђелка, Математика за 4. разред основне школе: Приручник за учитеље, Клетт, Београд, 2013.
- Дејић Мирко, Елементарни математички појмови, Учитељски факултет у Београду, Београд, 2008.
- Зарупски Софија, Математика: уџбеник за 4. разред основне школе, Едука, Београд, 2015.
- Јоксимовић Светлана, Математика 2: уџбеник за 2. разред основне школе, Едука, Београд, 2009.
- Јоксимовић Светлана, Влашковић Бошко, Математика: уџбеник за 3. разред основне школе, Едука, Београд, 2013.
- Малиновић Тодор, Основе наставе математике, Учитељски факултет у Врању, Врање, 1998.
- Мандак Алија, Основи наставе математике са збирком задатака, Учитељски факултет у Призрену-Лепосавићу, Лепосавић, 2005.

- Методика елементарне наставе материнског језика и математике, Педагошко-књижевни збор, Загреб, 1959.
- Правилник о наставном плану за први, други, трећи и четврти разред основног образовања и васпитања и наставном програму за четврти разред основног образовања и васпитања (Просветни гласник РС, бр. 1/05, 15/06, 2/08, 2/10 и 7/10).
- Прешић Славиша, Математика за први разред стручних школа: књ. 2, Колортон, Београд, 2007.
- Белошистая А.В., Методика обучения математике в начальной школе: Курс лекций, Владос, Москва, 1997.
- Волкова С.И., Математика: рабочая тетрадь. 4 класс, Просвещение, Москва, 2015.
- Волкова С.И., Математика: проверочные работы. 4 класс, Просвещение, Москва, 2015.
- Истомина Н.Б., Методика обучения математике в начальных классах, Академия, Москва, 2001.

УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ В ШКОЛЬНОЙ ПРОГРАММЕ ЧЕТВЁРТОГО КЛАССА

Резюме: *Широкое применение математики в общественной жизни и её влияние на интеллектуальное развитие человека указывают на то, что математика – один из важнейших учебных предметов в общем образовании и воспитании. Поскольку четвёртый класс является выпускным в начальной школе и представляет собой основу для дальнейшего обучения, курс математики в четвёртом классе направлен на развитие логических и аналитических способностей учащихся. В исследовании мы занимались изучением успешности решения заданий, связанных с арифметическими операциями умножения и деления, учащимися четвёртого класса. На основании полученных результатов нами были сделаны выводы, которые помогли дать конкретные рекомендации учителям начальной школы, способствующие улучшению учебного процесса по математике, эффективному планированию уроков по изучению умножения и деления.*

Ключевые слова: *умножение, деление, учащиеся четвёртого класса, обучение математике в начальных классах.*