Зборник радова Учитељског факултета у Призрену – Лепосавић, 6, 2012.

Проф. др Алија Мандак[28]
Учитељски факултет у Призрену – Лепосавић
Мр Златка Павличић[29]
ОШ Лепосавић, Лепосавић

РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМСКИХ ЗАДАТАКА

Апстракт: *У раду се на теоријском нивоу расправља о решавању проблема и проблемских задатака у настави математике. Расправљајући о проблему аутори наводе, да је проблем мисаони или практични задатак у коме ученик треба да открије нешто ново. Да реши неко спорно место, да израчуна неки податак да би решио постављени задатак, који се јавља када је потребно доћи до неког циља, али се до њега не може доћи лако. Полазећи од оваквог одређења проблема, решавањем проблема подразумева се низ методичких и логичких операција спроведених у циљу тражења решења проблемског задатка. Да би се лакше схватила и разумела предметна проблематика овог рада у раду је на два практична примера приказан методички приступ решавању проблемских задатака у настави математике. Утврђено је неколико основних законитости у решавању проблемских задатака: вишеетапност, флексибилност и отвореност у решавању проблемских задатака, који су изнесени у виду закључка.*

Кључне речи: проблем, проблемски задатак, проблемска настава, настава математике, решавање проблемских задатака.

Увод

Настава је у предметности већег броја наука и њихових дисциплина. Ипак, наставом се најдуже, најтемељније и најцелисходније бави дидактика, посебно методике појединих наставних предмета. Управо у дидактици и методици је настао велики број одређења наставе у којима се она дефинише као планска и организована делатност која подразумева планирање, организовање и реализацију наставних садржаја, али и њену васпитно-образовну ефикасност. У вези са тим, трагало се за новим моделима наставе, посебно путевима и начинима њене реализације.

[28]alija.mandak@pr.ac.rs
[29]zlatkapavlicic@gmail.com

Све методике наставе углавном проучавају исте задатке наставе, методе, принципе, средства и објекте рада. Стога се и могао стећи утисак да се оне ни у чему међусобно не разликују, осим по програмским садржајима које изучавају. Без обзира на то, свака методика наставе има своје специфичности које је разликују од осталих методика. Специфичности су првенствено повезане са карактером и суштином сваке појединачне методике наставе. Покушај да се научно објасни процес стицања компетенција самосталног учења математике у млађим разредима основне школе, заправо је концепт једне целовите методике поучавања и учења математике, који се значајно разликује од учења према осталим методикама наставе.

Решавање задатака у настави математике, сматра се најзначајнијом облашћу у настави математике. Приступи, начини и модели решавања задатака у настави математике проблем је који је заокупљао и заокупља све теоретичаре и практичаре у области наставе математике. Отуда и покушаји да са дође до најефикаснијег приступа, начина или модела у решавању задатака у настави математике. У овом раду, расправљаће се о решавању проблемских задатака. Не може се рећи да се ради о проблему који до сада није проучаван. Међутим, због сложености и комплексности овог проблема у настави математике, поновно враћање на његово проучавање увек је захвална и интересантна тема.

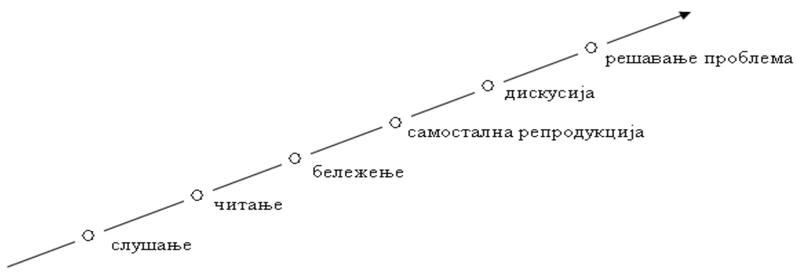
Појам проблема и проблемских задатака

Савремени свет, праћен научно–технолошким развојем, налази се у врло динамичном кретању, које човека ставља пред бројне проблеме које које је потребно знати, умети и хтети успешно решавати. Та потреба оспособљавања човека за решавање практичних проблема, постаје императив редовног школовања младе генерације. Због тога се у савременој дидактици све више захтева да настава има истраживачки карактер, да ученици своја знања могу самостално да примењују у новим околностима. Овом захтеву најпотпуније одговара проблемска настава. Она се као посебан систем наставног рада јавља још у првој половини 19. века, у америчкој новој школи, у *пројект-методи*.

Реч *проблем* је грчког порекла. Њиме се означава неко спорно питање, или научни задатак који чека решење (Вујаклија, 2003). У методичко-дидактичкој, математичкој и другој стручној литератури, уз реч проблем јављају се бројни синоними, као: проблемска настава, учење путем решавања проблема у настави, проблемска наставна ситуација, решавање проблемских задатака у настави, проблем-метод, истраживачка метода, проблем-ситуација, проблемско учење, проблемско излагање и други. Управо у овим одређењима проблема, наилази се на различита одређења проблема и проблемске наставе. Тако се проблем јавља када је потребно доћи до неког циља, али се до њега не може доћи лако (Мандак, 2005). Јавља се и у новим ситуацијама, раније недоживљеним, у првом сналажењу. Проблем је такав мисаони или практични задатак у коме ученик треба да открије нешто ново, њему до тада непознато, да реши неко спорно место, да израчуна неки податак, да би решио постављени задатак. У проблему се ученик увек среће с неком тешкоћом, с неком празнином коју треба да испуни да би дошао до решења. Према наводу Радисава Никчевића, „...ако нема тешкоће и празнине у задатку, онда то није проблем" (1976: 26). Нешто прецизније одређење проблема дао је Славко Првановић, који сматра да је проблем „... покретна снага мисаоног рада" (1972: 64). То истовремено не значи и да наведени ефекат има сваки проблем. Зато је формулисање проблема или стварање проблемске ситуације основни задатак наставника, ако жели да ученикову мисао покрене, и да га тиме, на најефикаснији начин образује математички.

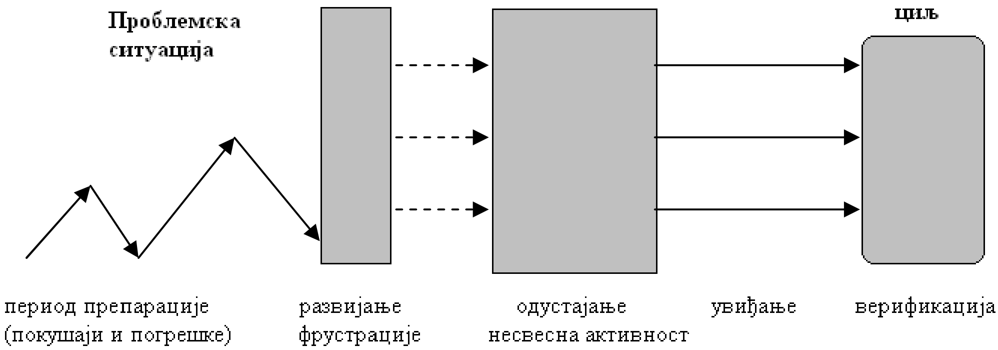
Решавање проблема у ужем смислу је ефикасно средство не само за развијање математичке активности него и за усвајање знања, навика, метода и примена математике. Зато се методика решавања математичких проблема у основној и средњој школи налази у центру педагошког интересовања. Решавање проблема је мисаони, (самостални, продуктивни) учеников рад. Он представља систем активности усмерених на постизању постављеног циља. Тај рад започиње физичким (конкретним) операцијама на које се надовезују интелектуалне (апстрактне) операције. Заправо, конкретно и апстрактно у математици су релативни појмови. На пример, за ученика првог разреда природан број је апстрактан појам, док за ученика који је стигао до алгебарских трансформација не само природни, већ и разломљени бројеви су конкретни објекти. Конкретно је све оно чиме смо се сродили, оно у чију смо суштину ушли, па ма како то апстрактно, по својој природи, било. Истовремено, задатак није или престаје да буде проблем ако се поново решава једном већ решени задатак или ако се у истом задатку незнатно измене бројни подаци. Али, ако се дати проблем другачије постави, преструктуира или ако се решење већ наученог модела треба применити у неком новом проблему, онда опет имамо проблем. Такав рад даје резултате, јер ученик мисли, примењује методе математичког мишљења и на тај начин развија способности логичког закључивања и од самог почетка се образује математички.

***Слика 1**. – Различити нивои активности у процес учења*



Различити нивои активности у процесу учења, приказани су на Слици 1. Уочљиво је да ако један задатак не захтева никакав умни напор, он није проблем. Стога, проблемска настава, поред програмиране и диференциране наставе одређује основу савременог дидактичког система у почетној настави математике. То је савремен систем наставе који по својој суштини у блиској вези са истраживачким типом наставе. Појам, циљ и значај проблемске наставе, пре свега је у функцији развијања способности ученика за математичко закључивање, у активној и креативној примени знања. У проблемској настави основни фактор је *активност* ученика, а циљ развијање креативне личности.

***Слика 2**. – Проблемска ситуација*



Проблемска ситуација је почетна карика у решавању проблема. Она представља доживљај неизвесности, очекивања, збуњености, радозналости, тензије. Довести ученика у проблемску ситуацију, значи омогућити му да *види* неке релације, и препустити му да сам поставља циљеве. Проблемска ситуација се ствара погодном причом, визуелним ефектима, итд. Процес решавања проблема је обележен преласком из једног *почетног стања* у *стање циља*, при чему једна *баријера* спречава директан прелаз из почетне у жељену циљну ситуацију (Слика 2). При том се на основу познатих обележја ситуације или особина појма одмах уклони онда задатак више не представља проблем, тј. у том случају реч је о вежбању. Пошто се баријера не може лако превазићи, тражење решења не иде правом линијом. Прво се дате информације преираде, преуреде, упореде, повежу па тек онда следи решавање проблема.

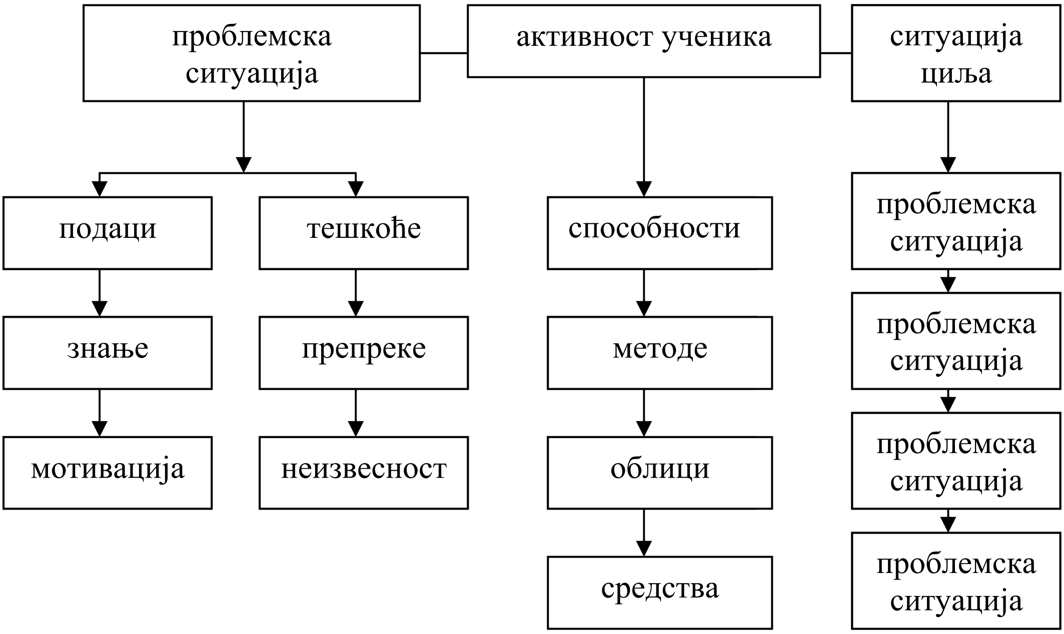
Знање да се реши математички проблем представља најбољу карактеристику математичког мишљења ученика, као и ниво њиховог математичког образовања. То зато што, „...између математичких способности и знања да се реши математички проблем често стоји знак једнакости“ (Дејић, Егерић, 2003: 276). Због тога је веома важно оспособљавање ученика за решавање проблема још у почетној настави математике, јер они имају важну улогу у развијању стваралачких и креативних способности код деце. Посебну пажњу треба посветити даровитим за математику и на тај начин подстицати ту особину. Наиме, решавање проблема као процес је добрим делом стваралачки умни чин ученика (Мандак, 2011). Тај процес тече спонтано ако је ученик мотивисан да реши проблем. Решавање проблема се и учи; научити како оно научено да се комбинује и примени у новој ситуацији. Значи, треба постепено учити ученика да решава проблемске задатке којих у математици има разних типова: одливање - доливање, кретање и брзина, упоређивање величина, различити распореди елемената или упознавање неке нове операције, увођење нових дефиниција, правила, формула, алгоритама...

Ученика треба подстаћи да се самостално опходи према раније наученом (појмовима, правилима) и да то примени у новим ситуацијама, тј., да то знање искористи при формирању нових појмова и правила. У том циљу важну улогу игра наставник математике дајући правовремено и одмерено одговарајуће инструкције. Ипак, иако се самосталност ученика при решавању проблема релативизује употребом помоћних средстава наставника, има смисла издвојити решавање проблема као посебан тип учења који одговара идеалном типу учења. Понашање при решавању проблема, пре свега, подразумева да се ученик све мање ослања на инструкције наставника (питања, упутства, подстицаји за размишљање), већ је у стању да исте замени *самоинструкцијама*. Уколико учење боље функционише без подршке споља, то је ученик способнији за самостално учење. У том случају, може се рећи да је он научио да учи, а то је психолошки посматрано – крајњи циљ сваког учења.

Решавање проблемских задатака

Под појмом решавања проблема подразумева се низ методичких и логичких операција спроведених у циљу тражења решења проблемског задатка. Решавањем проблема, бавили су се аутори из различитих научних дисциплина. У схватањима психолога, превладава становиште да се решавање проблема не може посматрати одвојено од мишљења и учења, што истовремено не значи и да их је потребно изједначавати (Рот, 1966). У приступу проблему овог рада, решавање проблема је облик учења. Осим дидактичке интерпретације проблема, будући да је он и ментални процес, могуће је одредити саставне делове проблема. Они су: а) почетна (проблемска ситуација) која настаје у тренутку постављања проблема и б) завршна ситуација или ситуација циља према којој ученик тежи.

***Слика 3.** – Решавање проблемских задатака*



Решавање проблемског задатка подразумева следеће активности: проблемску ситуацију, активност ученика и ситуацију циља. Сваки елемент из ове тријаде има своје саставне делове и они приказане на Слици 3. Иако нема универзалних модела за решавање проблемских задатака у настави, оно се може организовати на основу више различитих наставних ситуација. Тако, Јован Ђорђевић (1981), наводи следеће етапе у процесу учења решавањем проблемских задатака: а) уочавање проблема, б) разумевање проблема, в) постављање хипотезе и процењивање њихових импликација г) верификација хипотеза. Према једном другачијем схватању (Егерић, 2009), решавање проблемских задатака спроводи се у шест етапа: 1) изазивање проблемске ситуације, 2) упућивање на начин рада, 3) рашчлањивање проблемског задатака, 4) решавање проблемског задатка са или без вођења ученика од стране наставника, односно ментора, 5) функције и примена решења и 6) прелажење на нову тематику из проблемског контекста. Има и аутора (Zech, 1999; Kadum, 2005; Csikos et. al, 2012; Md Kamarudin and Md Amin, 2012), који сматрају да је решавање проблемских задатака потребно спровести у седам основних фаза: 1) истицање проблемског задатка и потребе да се он реши, 2) јасно постављање и одређивање проблема, 3) израда плана за решавање проблемског задатка и предвиђање могућих решења, 4) прикупљање одговарајућих релевантних чињеница, података и материјала помоћу којих ће проблемски задатак бити решен, 5) анализа проблемског задатка везана за задане податке, 6) евалуација, тј. процењивање вредности решења и 7) доношење решења и систематизација прикупљених чињеница, података и материјала.

За разлику од претходних, углавном теоријских приступа, методички приступ решавања проблемских задатака може се свести на неколико битних фаза, које се најчешће истичу у методичко-дидактичкој литератури.

1. Стварање проблемске ситуације и уочавање главног проблема,
2. Утврђивање плана и метода помоћу којих ће се решавати проблемски задатак,
3. Самостално решавање проблемског задатка,
4. Анализа резултата и утврђивање закључака и
5. Примена стечених знања у решавању нових практичних проблема.

Из овог кратког приказа може се уочити да не постоји унапред задати модел за решавање проблемских задатака у настави. Структура наставног часа проблемске наставе зависи од узраста ученика, садржаја наставне јединице, мотивације ученика за нови начин (облик) рада и спремности ученика за самостално решавање проблемских задатака. Успех у примени проблемске наставе зависи од правилног избора нивоа, тј. од правилног избора ученичке активности при решавању проблема. У складу са тим, структура часа проблемске наставе била би:

1. На почетку часа наставник излаже јасно и прецизно проблемски задатак. Задатак се ближе објашњава. Ствара се проблемска ситуација.

2. Анализира се проблем, раздвајају се услови и оно што се тражи. Од ученика се захтева да сами схвате и дефинишу проблем.

3. Предлажу се хипотезе (претпоставке). Наставник подстиче ученике на размишљање. Обавља се декомпозиција проблема.

4. Приступа се непосредном решавању проблема. Ученици самостално решавају задатак.

5. Изводе се закључци.

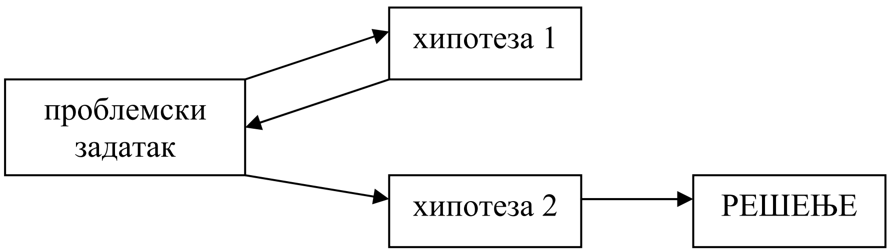
6. Проверава се добијено решење и испитује могућност уопштавања. Наставник је координатор процеса, он усмерава рад, указујући на битне чиниоце који имају одлучујућу улогу при решавању проблема.

Проучавајући моделе за решавање проблемских задатака, тј. проблемску наставу, може се рећи да се она остварује у низу сложених интелектуалних операција које се могу разчланити на следеће етапе. Оне су: а) постављање проблема, б) постављање хипотезе, в) рашчлањивање и решавање проблема и г) верификација добијених резултата.

*Постављање проблема***.** Како се проблемски задаци разликују по садржају, тако и у односу на предзнање ученика, као и по вредности налажења решења, у овој етапи ученик се среће са нечим нејасним, непознатим, необичним. Ученик постаје свестан постојања интелектуалне тешкоће коју је потребно решити. Он осећа напетост, немир и жељу за решавањем. Долази до разматрања проблемске ситуације у односу: *познато-непознато-тражено*. У овој етапи ученик се присећа неких чињеница релевантних за решавање проблема и селектује их. Проблем се детаљно анализира. Понекад се траже допунске информације. Улога наставника је да делује подстицајно и мотивише ученике за рад.

Постављање хипотезе. Подстакнути од стране наставника, ученици износе и предлажу хипотезе за решавање проблема. Сада до изражаја долази њихова креативност. На основу досадашњих искустава ученици постављају и одбацују хипотезе, развијају своје ставове и идеје.

***Слика 4**. – Испитивање хипотезе*



У овој етапи очекује се лутање, трагање, враћање на почетак и постављање нових хипотеза. Испитивање хипотеза значи прелажење с једног могућег смера на други док се не покаже један од њих као правилан (***Слика-4***). У овој фази ученици врло активно траже путеве који воде до решења проблема. Постављају хипотезе и долазе до *сјајне идеје* (тзв. еурека ефекат). Уочава се однос: почетак – крај.

*Рашчлањивање и решавање проблема***.** У овој етапи ученици сами или уз помоћ наставника, проблем разлажу на мање, уже проблемске задатке које решавају по свом плану да би на крају процеса решавања разјаснили тешкоће и недоумице проблема. Од ученика се мора захтевати пуна концентрација у раду и контрола сваког предузетог корака у решавању.

*Верификација добијених резултата***.** Зато што се решавање проблема остварује тачно утврђеним редоследом, следи преиспитивање хипотеза, односно прихватање или одбацивање хипотезе. Неке се као неадекватне одбацују, друге се прихватају и образлажу. У овој фази посебну важност има проверавање резултата мишљења и стварности. Заправо, проверава се адекватност решења проблема. Оно се заснива на критичној процени постављених хипотеза. Зато ученике треба оспособљавати да стално проверавају резултате свог мишљења.

Практични примери решавања проблемских задатака

Да би се лакше схватио и разумео проблем овог рада, у овом делу биће приказан практични пример решавања проблемских задатака.

Задатак 1. На матурској вечери једне школе било је укупно 26 матураната – девојака и младића. Прва од девојака плесала је са 9 младића, друга с 10, трећа с 11 и свака следећа с' једним младићем више од претходне. Последња од њих плесала је са сваким од младића. Колико је девојака, а колико младића било на забави (претпоставка је да су сви плесали)?

Решење:

Табела 1. *– Решење првог задатка*

Девојке	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
Младићи	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
	1+8	2+8	3+8	4+8	5+8	6+8	7+8	8+8	9+8	10+8	11+8	12+8

Ф-1. На забави је укупно 26 матураната.

Ф-2. Шта закључујемо из услова проблема (задатка)? Једино је сигурно – да је девојака било више од једне и мање од тринаест. Како то знамо? Анализирајмо.

Ф-3. Ако нумеришемо девојке од један до дванаест (Табела 1).

Ф-4. Из табеле закључујемо да је свака девојка плесала с 8 младића више него што је њен редни број (трећи ред таблице). Према томе, ако је број девојака x, онда је број младића $x + 8$. Укупно је то $x + (x + 8) = 26$, па је $x = 9$.

Ф-5. Закључак: на забави је било 9 девојака и 17 младића.

Ф-6. Дискусија. Да је на плесу била само једна девојка, она би плесала са свим младићима (јер по услову сви су плесали!), дакле било би их укупно 10. Кад би биле две, било би их укупно 12, итд. Наставимо ли поступак даље, приближавамо се решењу, због тога се овај поступак зове метода узастопног приближавања.

Да би решавање проблемских задатака било успешно, неопходан је активан однос ученика и наставника у настави према одређеним етапама, који ће их успешно водити ка циљу. Решавање проблемских задатака захтева довитљивост, сналажљивост и креативност. Међутим, потребна је и сугестија као и нека општа методичка упутства и правила за решавање проблемских задатака у настави. Хеуристика (уметност проналажења) се бави сврсисходним решавањем задатака. Њен циљ је проналажење стратегије које би помогле у решавању проблема. Општа правила за решавање проблема које даје амерички математичар мађарског порекла Ђерђ Поја (1976).

1. *Принцип рационалности.* Никад не делуј против свог осећања, али тражи јасне рационалне разлоге, који говоре **за** или **против** свога осећајног схватања. Овај савет се односи на честа неодређена осећања која се јављају на почетку неког процеса решавања проблема.

2. Принцип економисања и принцип неограничености. Остани што је више могуће код задатка. Покушај да се снађеш са што мање материјала, који није директно повезан са задатком. Тај принцип допуњен је саветом: Ипак, буди припремљен да се до те мере удаљиш од задатка, колико је, и ако је, то потребно и корисно."

3. Принцип издржавања и принцип промене. Не одустај прерано. Остани толико дуго код тачке која се истражује, колико можеш да очекујеш да од тога примиш још неки корисни подстицај! С тим је комплементаран став: Покушај да нађеш још неистражено тле, да га проучиш и да из сваке обрађене тачке добијеш било какав значајан подстицај."

Ови принципи, могу се превести у једноставније препоруке ученицима који решавају проблем.

1. Покушај да образложиш своје идеје!
2. Искористи информације које имаш што је више могуће, али немој да се *залепиш* за њих! и
3. Немој одмах да одустанеш; пусти да ти мисли мало лутају!

Многим методичарима математике ови принципи су прихватљиви, иако се општи ефекти могу добити дужим истрајним деловањем. Данашњи психолози сматрају да је општи принцип хеуристике пре свега стално размишљање о сопственом процесу решавања проблема. Емпиријска истраживања која су вршена на ту тему, указују да *уколико се деца пусте да при решавању проблема прво размисле о томе, шта би хтела да ураде, како желе да раде итд., онда се остварују бољи успеси.* (Zech, 1999). Овај *принцип разматрања унапред* очигледно помаже да се правовремено избегне неекономичан и погрешан рад. Прихватљиво је, да наставник покаже пример једног таквог рефлексивног понашања и тако додатно помогне ученицима да то продубе и прихвате. Хеуристичка правила у одређеним околностима, дају ученику важне савете о томе: како се тражи решење.

У својој књизи *Како ћу ријешити математички задатак*?, Ђерђ Поја даје и на примерима објашњава један општи алгоритам за решавање математичких проблема (1976). Он изводи и одлучујуће фазе за решавање математичких проблема.

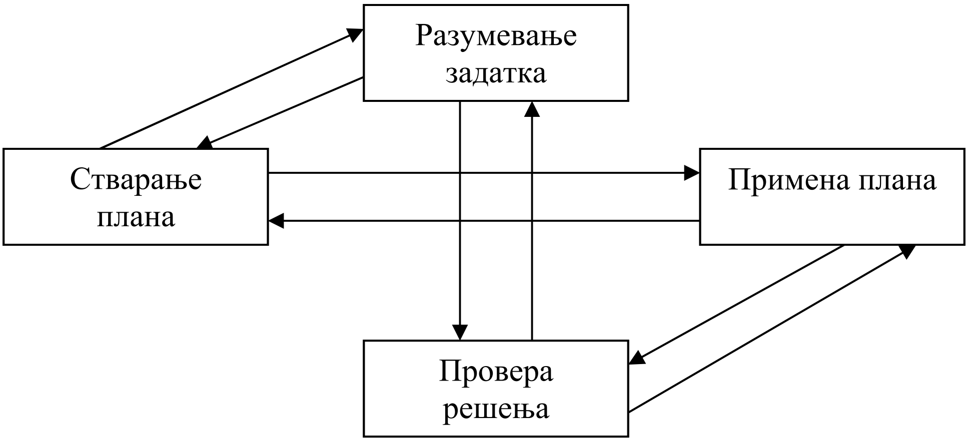
- Прво: мораш да *разумеш задатак.*
- Друго: мораш да израдиш *план* за решавање.
- Треће: *спроведи* свој план.
- Четврто: *провери* добијено решење.

***Табела 2**. – Фазе решавања задатка*

I ФАЗА – РАЗУМЕВАЊЕ ЗАДАТКА
- Шта је непознато? Шта је задато? Како гласи услов?
- Да ли је могуће задовољити услов? Да ли је услов довољан за одређивање непознате?
- Нацртај слику. Убеди препознатљиве ознаке.
- Растави разне делове услова! Можеш ли их написати?
II ФАЗА – ПРАВЉЕЊЕ ПЛАНА
- Да ли си задатак већ видео?
- Која би ти теорија могла помоћи?
- Размотри непознату! Покушај да се сетиш неког познатог задатка који садржи исту или сличну непознату!
- Да ли можеш да уведеш неки помоћни елемент који би ти олакшао употребу тог задатка?
- Можеш ли да другачије формулишеш задатак? Врати се на дефиниције!
- Можеш ли да се сетиш неког лакшег задатка који му је сличан? Општији задатак? Специфичнији задатак! Аналогни задатак? Можеш ли да решиш део задатка? Да ли из датих података можеш извући нешто употребљиво? Да ли можеш да се сетиш неких других података који би ти помогли у одређивању непознате? - Да ли си искористио све податке?
III ФАЗА – ПРИМЕНА ПЛАНА
- Када користиш план решавања, користиш сваки корак!
- Можеш ли јасно видети да је корак исправан?
- Можеш ли доказати да је исправан?
IV ФАЗА – ПРОВЕРА
- Можеш ли проверити резултат?
- Можеш ли резултат извести другачије?
- Можеш ли резултат или доказ применити на неком другом задатку?

За сваку фазу решења он је формулисао неколико инструкцијских питања, која временом могу постати самоинструкције ученика (***Табела 2.***). Јасно је да, није за сваки проблем на сваком узрасту битно питање из наведене листе. Важност питања ће се проверити при обради проблема у настави. На пример: Питања из прве фазе скоро увек помажу, пре свега код текстуалних и конструктивних задатака. На цртежу, са подесно одабраним ознакама могу се прегледније видети тражени подаци. Питања из друге фазе помажу да се текстуални задаци рашчлане у мање реченице и преформулишу својим речима. Многи задаци се могу решити враћањем на дефиницију неког појма у поставци задатка. Питања из треће фазе, пре свега подстичу на, корак по корак, контролисани и промишљени поступак при решавању проблема.

Слика 5. *– Класификација фаза при решавању проблема*



Четврта фаза питања која сугерише посматрање проблема уназад има улогу да, с једне стране, контролише решење (по могућности и на други начин), с друге стране, да доведе до свести оно опште у решењу, оно што се преноси на друге случајеве (***Слика 5.***). За успешно решавање проблема предпоставља се усвојеност одређених појмова и правила, као и спретно коришћење математичког језика и записивања. Нема смисла представити проблем тек тако, без освртања на предходно усвојена знања. Уколико су битни појмови добро усвојени и важна правила боље изграђена, то ће ученик пре савладати проблем. Решавање проблема представља низ сложених интелектуалних операција. Зато би наставник требало да, по могућности, више подсети ученике на битне појмове и правила и, свакако, укаже на индиректна упутства. Такву садржајну помоћ треба дати само ако мотивациона средства нису довољна.

У проблемској настави наставник, по принципу минималне помоћи, не би требало никад да помаже више него што је потребно. Ако наставник стекне утисак да ученик или група ученика, при решавању проблема не може даље, онда он пружа, по својој процени, најмању помоћ, довољну да настави процес решавања. На тај начин је тешко избећи субјективни моменат наставникове процене. Зато је потребно дати упутства за мању, односно већу помоћ. На основу многих праћења наставе при решавању проблема, предложене су следеће категорије помоћних средстава растуће снаге: а) мотивациона помоћна средства, б) помоћна средства за повратну информацију, в) општа-стратегијска помоћна средства, г) стратегијска помоћна средства усмерена на садржај и д) садржајна помоћна средства.

Помоћна средства унутар сваке категорије могу да буду различите снаге више или мање директна (при чему је директна помоћ већа од индиректне). Мотивациона помоћна средства подразумевају она средства која охрабрују ученика и држе га уз задатак.

На пример: *Задатак није тежак. Успећеш.*

Оваква помоћ је сигурно најмања.

Под помоћним средствима за повратну информацију подразумевају се она средства која обавештавају ученика да ли је на добром или лошем путу да реши проблем.

На пример: *На правом си путу*. Или: *Решење још није сасвим тачно*.

Помоћна средства за повратну информацију ове врсте, поред мотивације, дају још и додатну информацију.

Опште-стратегијска помоћна средства подразумевају она средства која обраћају пажњу на решавање проблема методама ван струке или општестручним.

На пример, то су хеуристичка правила из Полијевог каталога:

Покушај да образложиш своју идеју; *Покушај то мало другачије*.

Или: *Шта је дато,шта се тражи? Потражи теорему која се односи на то.*

Понекад је потребно подсетити ученике да поступају промишљено питањем: Да *ли знаш шта желиш?* или: *Види шта је важно за решење!*

Ова средства не дају само информације по тачкама као помоћна средства за повратну информацију, већ дају најопштије предлоге за процес решавања.

Под стратегијским помоћним средствима усмереним на садржај подразумевају се она средства која обраћају пажњу на решавање проблема методама више усмереним на математички садржај (на струку). На пример: *Постави једначину. Покушај да графички решиш задатак! Нацртај скицу*.

Стратегијска помоћна средства усмерена на садржај, поред опште информације за методу решавања, дају упутства која се односе на конкретан садржај задатка.

Под садржајним помоћним средствима подразумевају се она средства, која дају одређена упутства за задате појмове и правила или везе за тачно одређене помоћне величине. Овде се ради, у ствари, о помоћним средствима *усмереним на резултат*. На пример: *Овде можеш применити Питагорину теорему*. *Доцртај помоћну линију (нпр. симетралу)*. или: *Користи асоцијативни закон*.

Оваква хијерархија помоћних средстава представља идеалан начин рада. Међутим, у пракси су помоћна средства често на разне начине испреплетана. Битно је да ученик буде мотивисан, а помоћна средства да стижу у порцијама благовремено, јер њихово дејство не зависи само од врсте, већ и од тренутка пружања.

Задатак 2. Два места А и В удаљена су једно од другог 240 km. Ауто из места А креће у правцу места В и вози просечном брзином од 60 km на час. Истовремено из места В креће други ауто у правцу места А и вози просечном брзином од 80 km на час. У истом тренутку полазака аутомобила, из места А полеће хеликоптер који лети брзином од 240 km на час у правцу места В. У том правцу лети све док не сретне ауто из места В. Окреће се (без губљења времена) и лети у правцу места А, док не наиђе на ауто из места А. На тај начин хеликоптер лети између два аутомобила, све док се возила не сретну. Колико километара хеликоптер пређе за то време?

Решење:

Табела 3. *– Решење другог задатка*

Мотивацина помоћна средства	**Помоћна сред. за повратну информацију**	**Опште-стратегијска средства**	**Стратегијска пом. средства орij. на садржај**	**Садржајна помоћна средства**
Задатак није тежак!	На правом си путу!	Темељно прочитај задатак!	Преиспитај своја знања о брзини!	Мисли о вези; брзина – време – пут!
Успећеш да решиш задатак!	Близу си решења!	Издвој дате податке и обележи их!	Покушај да графички поставиш проблем!	Како је дефинисана брзина?
Не треба пуно времена да се реши...	Мораћеш то поново да израчунаш!	Нацртај скицу!	Можда ти помогне правило тројно!	Покушај да помоћу две величине израчунаш трећу!
Брзо се налазе полазне основе за решење!	Настави тако!	Покушај да дате податке доведеш у везу!	Шта је овде битно? Коју улугу има хеликоптер?	Израчунај прво када се аутомобили сусрећу!
		Провери своју стратегију!	Провери величине у резултату!	Сад знаш, колико је хеликоптер остао у ваздуху
			Провери резултат!	Знаш и његову брзину! Дакле?

У ***Табели 3.***, наведене су све категорије помоћних средстава које воде до садржајних. На основу датих података у задатку долази се до новог податка – колико је времена хелихоптер био у ваздуху. То је време потребно да се два аутомобила сретну – 2 сата. Пошто је брзина којим хеликоптер лети 240 *km* на час, значи да ће он за два сата прелетети: $2 \cdot 240 = 480$ *km*. При решавању проблема важно је искључити факторе који сметају и створити опуштену атмосферу за рад. Треба избегавати пожуривање и временски притисак, јер тиме се не могу убрзати мисаони токови ученика. Ако се час ближи крају, најбоље је неинсистирати на решавању још за време часа. Многи наставници прибегавају помоћи ради бржег решавања, а самим тим негативно утичу на срж решавања проблема – на самоконтролу. Лоше делује и психички притисак изазван ауторитарним и подсмешљивим понашањем наставника. Негативан став наставника може код ученика изазвати: а) теже ослобађање од чврстих увежбаних правила, б) губитак духовне покретљивости и способности пребацивања, в) безциљно и слепо испробавање, г) губитак прегледности и д) прерану тежњу ка, на први поглед, примамљивим решењима.

Ометајући фактор при решавању проблема може бити и прејака жеља за успехом. У жељи да буде најбољи или најбржи ученик прави неку грешку у процесу решавања, тако да уместо тријумфа доживи неуспех и разочарање. Општи *циљ решавања проблема* може се формулисати на следећи начин: *Ученик треба да научи да, по могућности самостално обради и реши неки математички проблем као и да га пренесе на сличне ситуације. То подразумева следеће појединачне задатке*: 1) самостално употребљава раније научене појмове и правила и да исте правилно користи, 2) буде способан да издвоји математичке податке из датог контекста, 3) комбинује податке на нов начин, 4) постави план решења (развија стратегију), 5) расправња о хипотезама и алтернативама, 6) извлачи логичке закључке из познатог и образлаже их, 7) контролише кораке и резултате решавања, 8) представи и формулише решење задатка или доказа, 9() постане свестан мисаоних операција које су му помогле у решавању и 10) осмишљено решава сличне проблеме.

Закључак

Крајњи циљ наставе решавања проблема је достигнут када ученици могу без туђе помоћи да решавају нове проблеме. Наравно, овај идеал релативно се ретко достиже, мада би требало покушавати да се иде ка њему. На основу претходне анализе ставова о етапама при решавању проблемских задатака наставе математике, могу се извести основни закључци.

1. Једна од законитости решавања проблемских задатака је *вишеетапност* која није крута, већ допушта промене у складу с природом проблемског задатка. Дакле, поступак решавања проблемског задатка је променљиве структуре.
2. Модели решавања проблемских задатака имају посебну структуру и притом су флексибилни и отворени. Флексибилност се огледа у томе што је сваки проблемски задатак посебан, по много чему специфичан и различит од неког другог.

Литература

Вујаклија, М. (2003): *Лексикон страних речи и израза.* Београд: Просвета.

Дејић, М.; Егерић, М. (2003): *Методика наставе математике*. Јагодина: Учитељски факултет у Јагодини.

Ђорђевић, Ј. (1981): *Савремена настава.* Београд: Научна књига.

Егерић, М. (1999): Проблемска настава у почетној настави математике. *Настава и васпитање*, (5), 575-584.

Zech, F. (1999): *Grundkurs Mathematikdidaktik-Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren von Matematik.* Weinheim und Basel: Beltz Verlag.

Kadum. V. (2005): *Učenje rješavanjem problemskih zadataka u nastavi (matematike).* Pula: IGSA.

Мандак, А. (2011): Једна конструкција пројективне равни реда 5. *Зборник радова Учитељског факултета у Призрену-Лепосавић,* 7(5), 149-153.

Мандак, А. (2005): *Основи наставе математике са збирком задатака.* Лепосавић: Учитељски факултет у Призрену-Лепосавић.

Md Kamarudin, N., Md Amin, Z. (2012): Dilema in Teaching Mathematics. *Online Submission, US-China Education Review*, 2(1), 145-149.

Ничковић, Р. (1976): *Учење путем решавања проблема у елементарној настави математике*. Београд: Научна књига.

Polya. G. (1976): *Kako ću riješiti matematički zadatak.* Zagreb: Školska knjiga.

Првановић, С. (1972). *Методика савременог математичког образовања у основној школи*. Београд: Завод за уџбенике и наставна средства Социјалистичке Републике Србије.

Рот, Н. (1966): *Општа психологија.* Београд: Завод за уџбенике и наставна средства Социјалистичке Републике Србије.

Csikos, C., Szitanyi, J., Keleman, R. (2012): *The Effects of Using Drawings in Developing Young Children's Mathematical Word Problem Solving a Desingn Experiment with Third-Grade Hungarian Students*. Educational Studies in Mathematics, 81(1), 47-65.

Alija Mandak, Ph.D.
Teacher Training Faculty in Prizren – Leposavic
Zlatka Pavlicic, MA
Primary School Leposavic – Leposavic

SOLVING PROBLEM TASKS

Summary: *This paper discusses the theoretical level of problem solving and problem-solving tasks in mathematics. Discussing the problem, the authors state that the problem is a thinking or practical assignment in which the student has to find something new. To resolve a contentious point, to calculate some data, to solve a given task, which occurs when it is necessary to reach a goal, but r cannot be solved easily. Starting from this definition of a problem, problem solving involves a series of methodical and logical operations that are performed in order to find solutions of a problem task. To make it easier to grasp and understand the underlying issues of the paper, two practical examples show methodical approach to solving the problem tasks in teaching mathematics. A few basic principles are found in solving problem tasks: multi stage, flexibility and open mindness in dealing with problem tasks, presented in the form of a conclusion.*

Key words: problem, the problem solving task, problem teaching, teaching of mathematics, problem-solving tasks.